11/12 ① Θεωρία τυπικών αυτομάτων και γλωσσών

▶ Πιθανότητες και ανεπάρκειες των πεπερασμένων αυτομάτων

Θα προσπαθήσουμε να αναφέρουμε τα μειον. και τα πλεονεκ. των συνόλων που ορίζονται από τα πεπερασμένα αυτόματα δηλ των συνόλων που ορίζονται ή τις γλώσσες τύπου III. Έτσι θα αναφερθούμε σε προβλήματα των π.α για τα οποία υπάρχει λύση. Είναι ενδιαφέρον να σημειωθεί το ότι υπάρχουν αλγόριθμοι που δίνουν απάντηση σχετικά με τα π.α. και γλώσσες τύπου III ενώ δεν υπάρχουν αλγόριθμοι τέτοιοι για γλώσσες άλλου τύπου

▶ Θεώρημα

Το σύνολο των λέξεων που είναι δεκτό από ένα π.α n-καταστάσεων:

1. Δεν είναι κενό αν-ν το π.α δέχεται μια λέξη μήκους μικρότερο του 1

2. είναι άπειρο αν-ν δέχεται μια λέξη μήκους $l$ όπου $n \le l \le 2n$

Επομένως υπάρχει αλγόριθμος που προσδιορίζει ένα π.α, αποδέχεται μια απειρία λέξεων, έναν πεπερασ. αριθμό λέξεων ή καμία λέξη

## Θεώρημα

Υπάρχει αλγόριθμος που προσδιορίζει αν 2 π.α είναι ισοδύναμα. Δηλ αν αποδέχονται την ίδια γλώσσα. Η πρόταση αυτή είναι ισοδύναμη με την πρόταση ότι υπάρχει αλγόριθμος που προσδιορίζει αν δύο γραμ. τύπου ΙΙ παράγουν την ίδια γλώσσα.

Δεν υπάρχει τέτοιος αλγόριθμος για γραμμ. τύπο Ι και ΙΙ

## Περιορισμοί των π.α

Παρά το γεγονός ότι τα π.α λύνουν προβλήματα αποφάσεων, δυσκολότερα προβλήματα είναι δυνατόν να κωδικοποιηθούν και να μετατραπούν σε προβλήματα λήψης απόφαση

### Παράδειγμα

Πρόσθεση δυαδικών αριθμών. Έχουμε 2 κατασκευάσεις με ή χωρίς κρατούμε

και $M = \{K, \Sigma, \delta, \quad, T\}$

$\Lambda(M) = \{\sigma x |$

Έστω

$$
\begin{array}{cccc}
\sigma_0 & \sigma_1 & \sigma_2 & \sigma_3 \\
1 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 1 & 0 & 1 \\
\hline
1 & 1 & 2 & 0
\end{array}
$$

$\Sigma = \{\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6, \sigma_7\}$

$\sigma_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\sigma_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\sigma_6 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\sigma_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\sigma_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\sigma_7 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Μια γενική μέθοδος διαπίστωσης αν κάποιο σύνολο είναι αποδεκτό από Π.Α ή όχι είναι η χρησιμοποίηση της ιδιότητας της επαναληπτικότητας.

Χρησιμοποιώντας την ιδιότητα αυτή αποδείξαμε ότι το σύνολο $\{a^n b^n / n>0\}$ δεν είναι κανονικό σύνολο.

Πολλά άλλα προβλήματα μπορούν να αναχθούν στον έλεγχο συνόλων αυτής ή παρεμφερούς μορφής.

Μπορούμε να γενικεύσουμε το παραπάνω σύνολο και να αποδείξουμε ότι το σύνολο αυτό $\{u a^n v b^n w / u, v, w \in \Sigma^*, a, b \in \Sigma\}$ δεν μπορεί να ελεγχθεί από Π.Α εφόσον δεν είναι Κ.Σ.

Με τη βοήθεια αυτού του γενικευμένου συνόλου μπορούμε να αποδείξουμε ότι το Π.Α δεν μπορεί να ελέγξει-χειριστεί το γενικό πρόβλημα του πολλ/σμού δυαδικών αριθμών. Δηλαδή δεν μπορεί να αποδεχτεί ακολουθίες οποιουδήποτε μήκους που κωδικοποιούν τον πολ/σμό μεγάλων δυαδικών αριθμών.

(Απόδειξη για σπίτι) (να την ψάξω) (σημαντικό (μπορεί να είναι θέμα

Σ αυτή είναι η μορφή των ακολουθιών που ελέγχει

$\{\sigma_1 \sigma_0^n \sigma_2 \sigma_4 \sigma_3^n \sigma_5 / n \geq 0\}$

$u = \sigma_1$, $v = \sigma_2 \sigma_4$, $w = \sigma_5$ | $a = \sigma_0$, $b = \sigma_3$

όπου

$\sigma_0 = \begin{pmatrix} \square = \text{κενό} \\ \square \\ 0 \end{pmatrix}$ $\sigma_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\sigma_1 = \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ 1 \end{pmatrix}$ $\sigma_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\sigma_2 = \begin{pmatrix} \square \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\sigma_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Επεκτάσεις Π.Α

Αποδεικνύεται χρήσιμο να επιτραπεί στην κεφαλή Π.Α να κινείται προς τις δυό κατευθύνσεις ~~παράλληλα~~ πάνω στην ταινία που περιέχει την αλυσίδα εισόδου

Σε αυτήν την περίπτωση η $\mu$: $K \times \Sigma \to K \times \{-1, 0, +1\}$

$\mu(k, a) = (p, \xi, p)$ (που σημαίνει κινείται προς τα αριστερά, μένει στάσιμο κινείται προς τα δεξιά)

Αποδεικνύεται ότι η κατηγορία των συνόλων που δίνονται αποδεκτά απο αμφίδρομα Π.Α είναι ίδια με εκείνη που δίνεται απο μονόδρομο Π.Α

## Π.Α με στοιβάδα (Π.Α.Σ)

Το Π.Α.Σ είναι ένα ΠΑΠΑ με άπειρη μνήμη που αποτελείται απο μια στοιβάδα.

Θα αποδειχτούν 2. Θεμελ. Θεωρήματα σχετικά με ΠΑΣ (Γλώσσες. Ανεξάρτητες. Συμφραζομένων)

1: Μια γλώσσα είναι ανεξ.-συμφραζομένων αν-ν είναι αποδεκτή από ένα ΜΑΠΑΣ

2. Υπάρχει μια υποκλάση ανεξ.-συμφραζομένων γλωσσών οι οποίες είναι υψίστης σημασίας όταν θεωρούνται από άποψη τεχνολόγησης
Αυτές είναι αιτιοκρατικές ΓΛΑΣ (Α.ΓΛ.ΑΣ) και γίνονται αποδεκτές από ΑΠΑΣ

Ορισμός: Ένα ΠΑΣ είναι μια εφτάδα
$A = (K, \Sigma, \Gamma, \Delta, z_0, Z_0, T)$

- $\Gamma$: πεπερασμένο αλφάβητο της στοιβάδας
- $\Delta$: απεικόνιση του $(K \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma$ στα πεπερασμένα υποσύνολα του $K \times \Gamma^*$
- $z_0 \in \Gamma$ σύμβολο έναρξης, δηλ το σύμβολο που βρίσκεται στη στοίβα κατά την έναρξη της λειτουργίας της πάνω στην κορυφή της στοίβας

Σχηματισμός του Α είναι μια τριάδα

$(k, \omega, a) \in K \times \Sigma^* \times \Gamma^*$

$k$: είναι η παρούσα κατάσταση που βρίσκεται το αυτόμ.

$\omega$: παριστά το αχρησιμοποίητο τμήμα της αλυσίδας εισόδου, το πρώτο σύμβολο του $\omega$ βρίσκεται κάτω από την κεφαλή ανάγνωσης. Εάν $\omega = \varepsilon$ τότε θεωρούμε ότι όλη η αλυσίδα εισόδου έχει διαβαστεί

$a$: παριστά το περιεχόμενο της στοιβάδας. Το αριστερότερο σύμβολο της $a$ αντιστοιχεί στο περιεχόμενο της κορυφής. Αν $a = \varepsilon$ τότε $a$ είναι κενή